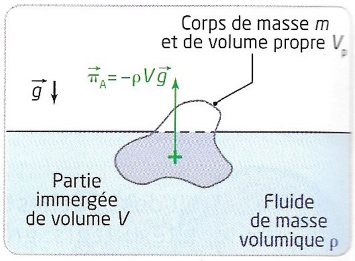
16 Mécanique des fluides

Révisions et échauffements pages 402 et 403

I - La poussée d'Archimède



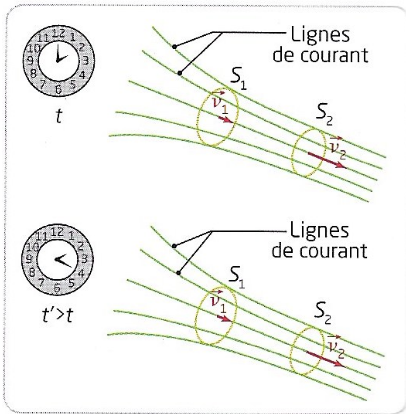
Tout corps immergé, tout ou en partie, dans un fluide subit de la part du fluide des actions mécaniques modélisées par une force verticale vers le haut de valeur égale au poids du volume de fluide déplacé.
L'expression de cette force nommée poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ est :

$$\vec{\pi} = -m_f \,.\, \vec{g} = -\rho_f \,.\, V \,.\, \vec{g}$$

Question : Quelle est la proportion immergée d'un cube de glace qui flotte dans un verre d'eau ? ($\rho_{glace} = 925 \ kg\,.\,m^{-3}$)

I I- Écoulement d'un fluide

1. Charge d'un fluide en régime permanent



Pour décrire l'écoulement d'un **fluide incompressible**, on subdivise le fluide en unités appelées **particules de fluide**, une particule de fluide étant un système fermé de dimensions **mésoscopiques**.

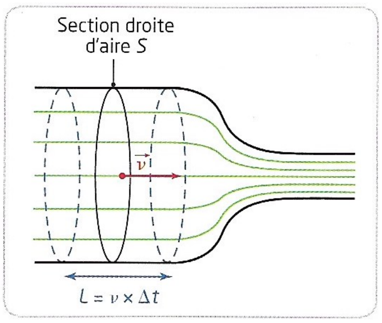
Une particule de fluide a des dimensions mésoscopiques (typiquement 0,1 µm), c'est-à-dire qu'elle est petite par rapport à l'échelle macroscopique mais suffisamment grande pour contenir un grand nombre d'entités microscopiques.

Les **vecteurs vitesses** des particules de fluide sont tangents en tout point à des courbes appelées lignes de champ de vitesse ou **lignes de courant**. Elles permettent de cartographier le champ de vitesse du fluide.

L'écoulement est en **régime permanent** si la vitesse d'écoulement en tout point ne varie pas au cours du temps.
Question : Combien de molécules d'eau dans un cube de dimension mésoscopique (0,1μm de côté) ?

2. Conservation du débit volumique

Le débit volumique D_V d'un fluide correspond au volume V de fluide qui traverse une section droite par unité de temps :

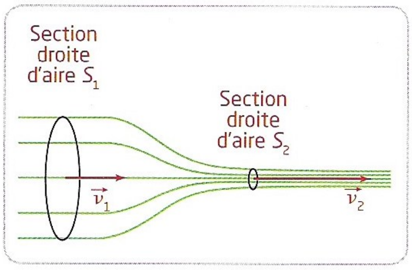


$$D_V = \frac{V}{\Delta t}$$

Le volume V de fluide qui traverse une section droite d'aire S pendant une durée Δt, avec une vitesse d'écoulement v, est contenu dans un cylindre de longueur $L = v \times \Delta t$ et de base d'aire S. Le débit volumique du fluide s'exprime :

$$D_V = \frac{v \times \Delta t \times S}{\Delta t} = v \times S$$

Pour un fluide incompressible, le débit volumique est le même en tout point d'un conduit. Si l'aire de la section droite du conduit change, la relation suivante, appelée équation de continuité, est vérifiée :



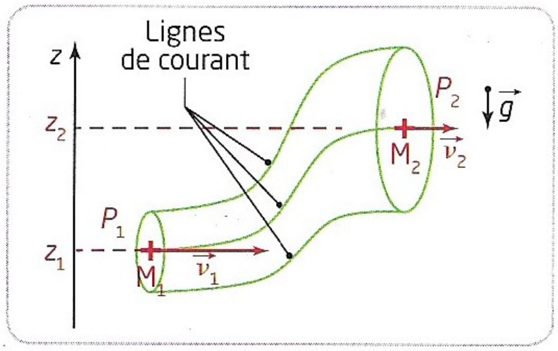
$$D_{V1} = D_{V2}$$

Soit :

$$v_1 \times S_1 = v_2 \times S_2$$

3. Relation de Bernoulli et effet Venturi

Quand les frottements sont négligeables, l'écoulement d'un fluide incompressible de masse volumique ρ constante, en régime permanent, vérifie la relation de Bernoulli entre deux points M_1 et M_2 :



$$P_1 + \rho \, . \, g \, . \, z_1 + \frac{1}{2}\rho \, . \, v_1^2 = P_2 + \rho \, . \, g \, . \, z_2 + \frac{1}{2}\rho \, . \, v_2^2$$

Cette relation résulte d'un bilan d'énergie volumique. Elle s'applique pour des points sur une même ligne de courant, ou pour tous les points au sein du fluide si l'écoulement est non tourbillonnaire.

Cohérence : quelle est l'unité dans le S.I. de la pression P, l'énergie potentielle volumique $\rho \times g \times z$ et de l'énergie cinétique volumique $\frac{1}{2} \times \rho \times v^2$?

Loi fondamentale de la statique des fluides

Pour un fluide au repos ($v_1 = v_2 = 0$), on retrouve la loi fondamentale de la statique des fluides étudiée en Première :

$$P_2 - P_1 = \rho \, . \, g(z_1 - z_2)$$

Si $z_2 > z_1$, alors $P_2 < P_1$

Effet Venturi

Pour un écoulement horizontal $z_2 = z_1$, l'équation de Bernoulli devient :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho \, . \, v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho \, . \, v_2^2 \quad \Leftrightarrow \quad P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho \, . \, g(v_1^2 - v_2^2)$$

C'est le cas quand un fluide incompressible s'écoule dans un étranglement.

Exercices : 18 p. 415 (résolu) 28 p. 418 ; 33 p. 419 ; 35 p. 420 ; 38 et 39 p. 421

18 Plongée et remontée d'un sous-marin

Un sous-marin est modélisé par une coque étanche de masse m_c et de volume extérieur V_c.
À l'intérieur, deux compartiments distincts sont aménagés :
- l'**habitacle** de volume V_h contient les passagers, les meubles et les machines du sous-marin, de masse totale m_0 ;
- le **ballast**, un espace de volume V_b initialement rempli d'air, dont la masse est négligeable devant m_c et m_0, peut être rempli d'eau de mer grâce à une pompe.

Lors de l'embarquement de l'équipage, le ballast est rempli d'air (figure 1). La masse de la coque et de son contenu vaut $m_c + m_0 = 4\ 650$ t.

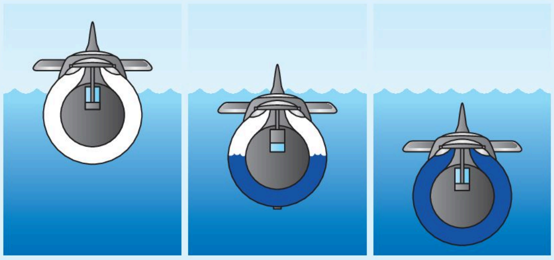


Figure 1 Figure 2 Figure 3

Le sous-marin français Suffren, long de presque 100 m, avant sa mise à l'eau prévue pour 2020.

Données
- Masse volumique de l'eau de mer : $\rho_{mer} = 1{,}03 \times 10^3\ kg{\cdot}m^{-3}$
- Norme du champ de pesanteur : $g = 9{,}81\ N{\cdot}kg^{-1}$

a Lorsque le sous-marin est en plongée, le ballast est totalement rempli d'eau (figure 3) et la masse totale du sous-marin vaut $m_{totale} = 5\ 300$ t.
En déduire la valeur de V_b.

b Dans cette situation de plongée, le sous-marin est en équilibre sous l'action de son poids et de la poussée d'Archimède.
En déduire le volume V_c de la coque.

c On vide entièrement l'eau du ballast grâce aux pompes (figure 2).
Pourquoi cette action entraîne-t-elle la remontée du sous-marin à la surface de l'eau ?

d Après cette opération, lorsque le sous-marin sera à l'équilibre de flottaison, quelles seront les valeurs du volume immergé V_i et du volume émergé V_e ?

Ouverture de chapitre p. 401

a La masse totale du sous-marin est la somme des masses de la coque, de son contenu et de la masse m_b de l'eau dans le ballast :
$m_{totale} = m_b + m_c + m_0$ et $m_b = m_{totale} - m_c - m_0$ soit $m_b = 650$ t.

On en déduit : $V_b = \dfrac{m_b}{\rho_{mer}} = 631\ m^3$

b La poussée d'Archimède est verticale et opposée au poids du volume d'eau de mer déplacée : $\vec{A} = -\rho_{mer} V_c \vec{g}$
Dans le référentiel terrestre galiléen, le sous-marin est à l'équilibre, donc la somme des forces qu'il subit est nulle. La somme de son poids et de la poussée d'Archimède est nulle, soit : $m_{totale}\vec{g} - \rho_{mer} V_c \vec{g} = \vec{0}$

donc : $V_c = \dfrac{m_{totale}}{\rho_{mer}} = 5{,}15 \times 10^3\ m^3$

c La masse totale du sous-marin diminue, la norme de son poids devient inférieure à celle de la poussée d'Archimède, la somme des forces est donc dirigée vers le haut.
Le sous-marin était à l'équilibre. Cette opération le met donc en mouvement en direction de la surface.

d À l'équilibre de flottaison, la norme du poids du sous-marin, dont le ballast est vide, est égale à celle de la poussée d'Archimède lorsque le volume immergé vaut V_i :

$$(m_c + m_0)g = \rho_{mer} V_i g \quad \text{donc } V_i = \frac{m_c + m_0}{\rho_{mer}} = 4{,}51 \times 10^3\ m^3$$

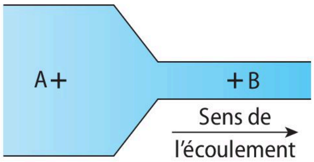
Par différence, on en déduit : $V_e = V_c - V_i = 640\ m^3$

Aide n° 1
On peut calculer la masse du ballast à partir de la masse totale du sous-marin et en déduire le volume qu'il occupe grâce à la masse volumique de l'eau de mer.
Cours 1 p. 408

Aide n° 2
L'équilibre du sous-marin sous l'action de son poids et de la poussée d'Archimède permet de déterminer le volume immergé, égal à celui de la coque.
Cours 1 p. 408

À votre tour
Exercice 33 p. 419

28 On donne ci-contre le schéma de l'écoulement d'un fluide incompressible et parfait en régime permanent dans une conduite horizontale. Les aires des sections droites en A et en B vérifient $S_A > S_B$.



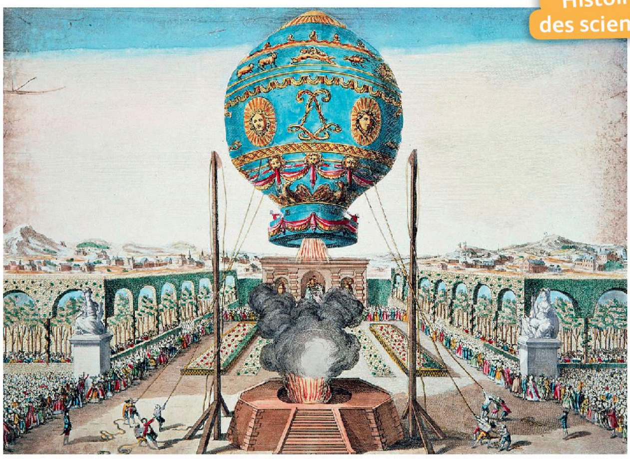
■ Comparer les vitesses v_A et v_B et les pressions P_A et P_B et nommer l'effet mis en évidence.

33 Premier vol habité en montgolfière BAC

Effectuer un calcul

Le 19 octobre 1793, dans le quartier du faubourg Saint-Antoine à Paris, eut lieu le premier vol habité (captif) à bord d'une montgolfière, réalisation des frères Montgolfier, formée d'une enveloppe de toile de coton et de papier, gonflée à l'air chaud.

Histoire des sciences



Le volume de la montgolfière est estimé à $V = 2\ 200\ m^3$, la masse de l'enveloppe, de la nacelle et de son passager (Jean-François Pilâtre de Rozier), à $m = 500$ kg. On note m_{ac} la masse de l'air chaud qu'elle contient. La montgolfière s'est élevée dans l'air de masse volumique $\rho_a = 1{,}23\ kg{\cdot}m^{-3}$.

a. Préciser la direction et le sens, et calculer la norme de la poussée d'Archimède $\vec{A}$ exercée sur le système formé de la montgolfière, de l'air chaud qu'il contient et de son passager.

b. En supposant que ce système est resté quelques instants en équilibre mécanique à son altitude maximale de 81 m, exprimer son poids.

En déduire la masse totale du système.

c. Calculer la masse m_{ac} de l'air chaud et en déduire sa masse volumique ρ_{ac}.

d. L'équation d'état du gaz parfait (Chapitre 15) permet de calculer la température de l'air chaud : $T = \dfrac{PM}{\rho_{ac} R}$

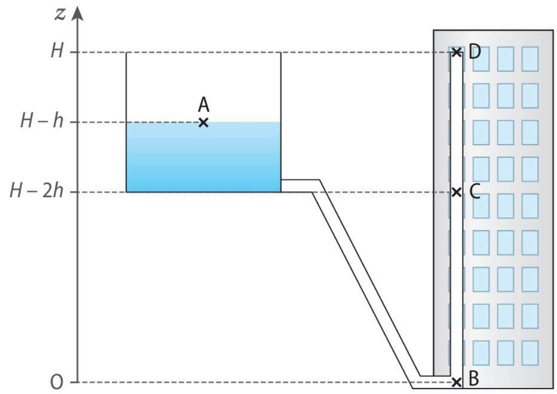
Calculer la valeur de la température T avec :
$M = 29\ g{\cdot}mol^{-1}$, $P = 1{,}0 \times 10^5$ Pa et $R = 8{,}3\ J{\cdot}K^{-1}{\cdot}mol^{-1}$.

35 Alimentation en eau d'un gratte-ciel

Exploiter un énoncé

Simulateur
Mécanique des fluides
hatier-clic.fr/pct420

La figure ci-dessous schématise un gratte-ciel de hauteur $H = 150$ m. L'axe (Oz) est vertical, dirigé vers le haut, et le point O est au pied de l'immeuble.



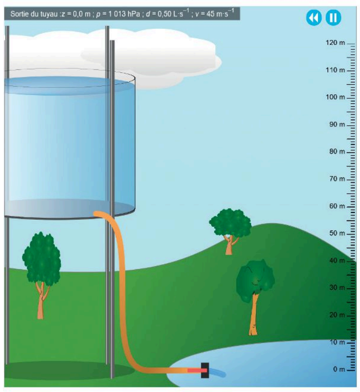
Un réservoir d'eau contient une hauteur d'eau h, A est un point de la surface de l'eau, à l'altitude $H - h$. La hauteur d'eau h restant constante, la vitesse v_A de l'eau en ce point est nulle. B, C et D désignent trois robinets, dont la section de sortie a pour aire $s = 11\ mm^2$, aux altitudes respectives $z_B = 0$ m, $z_C = H - 2h$ et $z_D = H$.

L'eau est assimilée à un fluide incompressible et non visqueux. La pression atmosphérique $P_0 = 1{,}0 \times 10^5$ Pa est supposée uniforme dans l'air.

Lors de l'écoulement de l'eau par un robinet, on se place en régime permanent.

1. On ouvre le robinet B. C et D restent fermés.

a. Par application de la relation de Bernoulli entre A et B, exprimer la vitesse de sortie v_B de l'eau par ce robinet en fonction de H, h et g. En déduire le débit $D_{V,B}$ sortant du robinet B en fonction de H, h, g et s.



b. On voudrait remplir un seau de volume $V = 5{,}0$ L en une durée $\Delta t_B = 10$ s.

Calculer la valeur de h.

c. Vérifier cette valeur en utilisant le simulateur disponible à l'adresse hatier-clic.fr/pct420.

2. On ouvre le robinet C et on ferme B et D.

a. Grâce au simulateur, déterminer le débit $D_{V,C}$ de l'eau sortant du robinet C.

b. En déduire la durée de remplissage Δt_C du seau de volume $V = 5{,}0$ L.

3. On ouvre le robinet D et on ferme B et C.

On suppose que l'eau s'écoule en D.

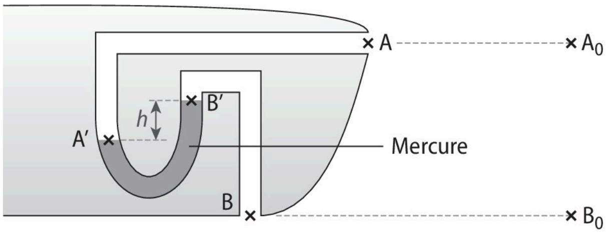
a. Par application de la relation de Bernoulli, exprimer v_D^2 en fonction de ρ, h et g.

b. Que peut-on en conclure ?

38 Mesure de la vitesse d'un avion par tube de Pitot

Utiliser ses connaissances

Un avion se déplace à la vitesse constante $\vec{v}$ par rapport à l'air qui l'entoure. Dans le référentiel de l'avion, tout se passe comme si l'avion était immobile et l'air se déplaçait à la vitesse $-\vec{v}$ par rapport à l'avion.
Cet avion est muni d'une « sonde à tube de Pitot » : un premier tuyau débouche à l'avant de la sonde et un second sur son flanc.
Le dispositif est décrit dans le schéma ci-dessous.



On travaille dans le référentiel de l'avion.
L'air est assimilé à un fluide incompressible, de masse volumique $\rho_{air} = 1{,}2\ kg{\cdot}m^{-3}$, et non visqueux.
Le point A, sur le nez de l'appareil, forme un point d'arrêt car l'air ne peut pas aller plus loin dans le tube : la vitesse de l'air vaut $\vec{v}_A = \vec{0}$.
Au niveau du point B, l'air glisse le long de la carlingue à la vitesse $\vec{v}_B = -\vec{v}$.

a. On considère la ligne de courant horizontale qui joint un point A_0 très loin de l'avion et le point A. La pression en A_0 est égale à la pression atmosphérique P_0.
Par application de la relation de Bernoulli le long de cette ligne, déterminer la pression P_A au point A.

b. On considère la ligne de courant horizontale qui joint un point B_0 très loin de l'avion et le point B. La pression en B_0 est égale à la pression atmosphérique P_0.
Par application de la relation de Bernoulli le long de cette ligne, déterminer la pression P_B au point B.

c. Pour permettre la mesure de la différence de pression entre les points A et B, le dispositif comporte un tube en U relié aux deux tuyaux et dans lequel on place du mercure de masse volumique $\rho_{Hg} = 13{,}5 \times 10^3\ kg{\cdot}m^{-3}$.
On admet que les pressions de part et d'autre de la colonne de mercure valent $P_{A'} = P_A$ et $P_{B'} = P_B$.
En plein vol, on observe une différence d'altitude $h = z_{B'} - z_{A'}$ entre les points A′ et B′.
On travaille dans le référentiel de l'avion. Les points A′ et B′ sont immobiles et, dans ce cas, la relation de Bernoulli s'apparente à la loi de la statique des fluides.
En déduire la relation entre $P_{A'}$, $P_{B'}$, ρ_{Hg}, g et h.

d. On mesure une différence d'altitude $h = 7{,}8$ cm.
Calculer la vitesse v de l'avion.

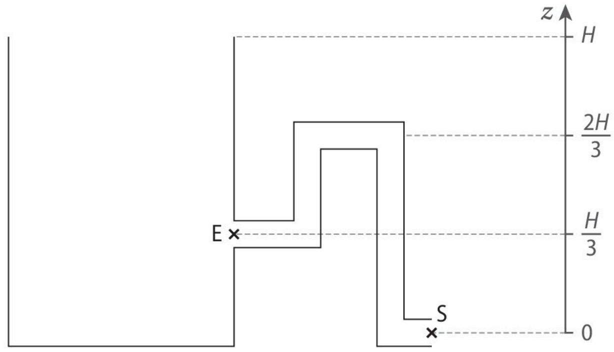
Pour info

Le tube de Pitot n'est pas adapté à la mesure de vitesse des avions supersoniques (dont la vitesse est supérieure ou égale à Mach 1) car l'hypothèse d'incompressibilité de l'air n'est plus valable dans ce cas.

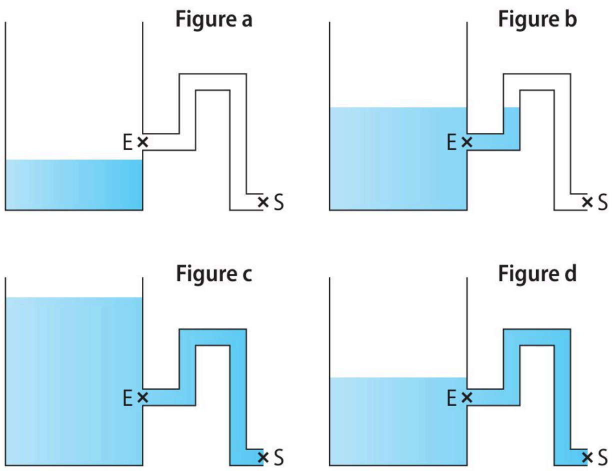
39 Le vase de Tantale À l'oral

Utiliser un modèle

Le vase de Tantale est un verre muni d'un tube débutant d'un orifice E au tiers de la hauteur du verre, montant aux deux tiers et débouchant en S au niveau de la base du verre.



On verse de l'eau dans le verre. Sur la figure a, la hauteur d'eau dans le verre est inférieure à $\frac{H}{3}$ et le tube est vide : on dit que le siphon est désamorcé.
On continue de verser de l'eau dans le verre et sur la figure b, la hauteur d'eau est comprise entre $\frac{H}{3}$ et $\frac{2H}{3}$, le tube se remplit progressivement d'eau dans sa partie gauche, mais l'eau n'y coule pas : le siphon est toujours désamorcé.
On continue à verser de l'eau et lorsque le niveau de l'eau dans le verre dépasse $\frac{2H}{3}$, le siphon s'amorce (figure c), l'eau commence à couler dans le tube de l'entrée E vers la sortie S. On cesse de verser de l'eau dans le verre.



a. Expliquer pourquoi le verre continue de se vider entre la figure c et la figure d, puis décrire ce qui se passe lorsque le niveau de l'eau dans le verre atteint $\frac{H}{3}$.

b. Quelle est la hauteur maximale d'eau que le verre peut contenir sans se vider ?

c. Dans l'*Odyssée*, Homère raconte que Tantale, fils de Zeus et de la nymphe Ploutô, est placé au milieu d'un fleuve qui s'assèche quand il se penche pour boire.
Pourquoi appelle-t-on ce dispositif le « vase de Tantale » ?
On pourra faire une recherche documentaire.