

# Masse de Jupiter

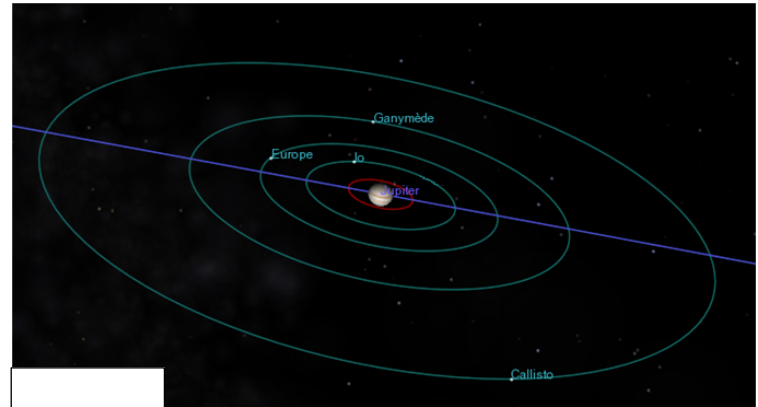
*Autour du [sujet 44](#) de la banque de sujets 2021*

## Vidéo « mouvement-satellites » :

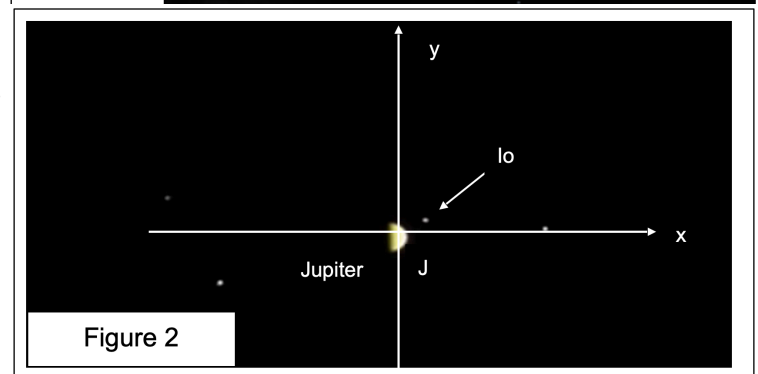
[Cette vidéo](#) présente l'enregistrement établi par la sonde Juno lors de son approche de Jupiter pendant un peu plus de neuf jours. Le mouvement des quatre principaux satellites de Jupiter y est visible. Io est le satellite le plus proche de Jupiter. **À la première image de la vidéo, Io est le seul satellite à gauche de Jupiter à l'image.** Dans la suite de ce sujet, on n'étudiera que le mouvement du satellite Io.

## Positions respectives de la planète Jupiter, de quatre satellites et de Juno :

Juno s'approche selon une trajectoire faiblement inclinée par rapport au plan équatorial de Jupiter qui contient les trajectoires de ses quatre principaux satellites. Dans la figure 1 ci-contre, les dimensions des trajectoires des satellites et la taille de Jupiter sont à la même échelle.



En se plaçant dans un repère plan orthogonal centré sur Jupiter, les coordonnées  $x$  et  $y$  du satellite Io ont été extraites des images de la vidéo régulièrement dans le temps et sans interruption. Ces coordonnées ont été corrigées de manière à compenser l'effet de la diminution de la distance Juno-Jupiter.

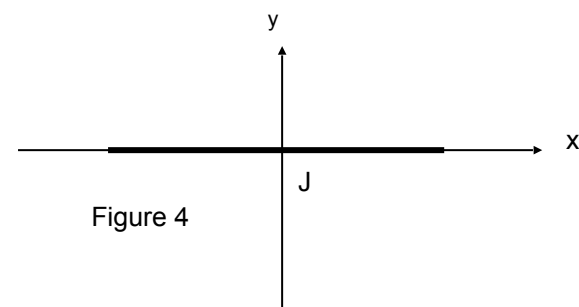
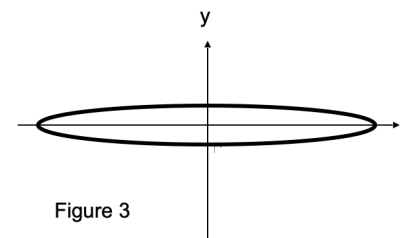


La distance Jupiter-Io est constante mais la trajectoire de Io projetée dans ce repère  $Jxy$  a la forme d'une ellipse aplatie

Remarque : le relevé des positions du satellite Io dans ce repère au cours du temps se trouve dans le fichier « *positions-Io* »

## Approximations à considérer :

- la distance entre Jupiter et Io est considérée constante au cours du temps.
- le plan de l'orbite d'Io étant peu, on considérera que le mouvement d'Io dans le repère  $Jxy$  se fait uniquement suivant l'axe  $Jx$ .



## Troisième loi de Képler :

Pour tout satellite gravitant autour d'une planète, dans l'approximation des trajectoires circulaires, le rapport entre le carré de la période de révolution  $T$  du satellite et le cube du rayon de l'orbite  $r$  est égal à une constante dépendant de la masse de la planète  $M_{planète}$  autour duquel gravite le satellite selon la formule :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{planète}} \text{ avec } T \text{ en s, } r \text{ en m, } M_{planète} \text{ en kg et } G \text{ en unité SI}$$

## Données utiles :

- Constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  USI.
- Diamètre équatorial de Jupiter :  $d_{équatorial} = 1,43 \times 10^8$  m
- Diamètre polaire de Jupiter :  $d_{polaire} = 1,34 \times 10^8$  m
- 1 jour = 24 h

## TRAVAIL    EFFECTUER

Visualiser la vidéo.

## Première partie : Caractéristiques de Io

En exploitant le fichier « [positions-Io](#) » à l'aide d'un tableur-grapheur :

1. Déterminer la période de révolution  $T$  de Io autour de Jupiter.
2. Déterminer le rayon  $r$  de l'orbite de Io autour de Jupiter.

## Deuxième partie : Troisième loi de Kepler

De la même manière que précédemment pour Io, les périodes de révolution et rayons des orbites des satellites Europe et Ganymède ont pu être mesurés. Les résultats se trouvent ci-dessous :

| Satellite | Période en jours | Rayon de l'orbite en m |
|-----------|-------------------|------------------------|
| Europe    | 3,52              | $7,00 \times 10^8$     |
| Ganymède | 7,10              | $1,11 \times 10^9$     |

1. D'après la 3   loi de Kepler, quelle est théoriquement la nature de la courbe  $r^3 = f(T^2)$  ?
2. Mettre en œuvre la démarche, noter les résultats de la modélisation puis en déduire la masse de Jupiter.

## Comparaison des résultats.

La valeur connue de la masse de Jupiter est  $M_J = 1,90 \times 10^{27}$  kg.

1. Comparer la valeur expérimentale de la masse de Jupiter avec la valeur théorique. Conclure.
2. Relever des sources d'erreur dans la démarche utilisée pour déterminer la masse de Jupiter.

# Masse de Jupiter

La 3<sup>e</sup> loi de Kepler (loi des périodes) s'applique non seulement au système mais aussi aux systèmes satellites.

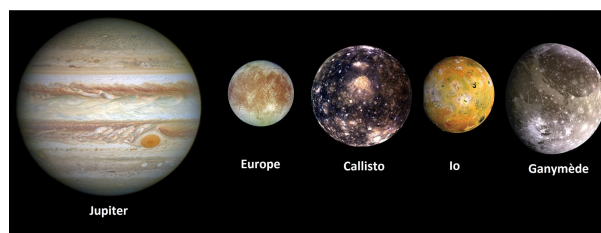
Document 1 : La 3<sup>e</sup> loi de Kepler

$$\frac{T^2}{a^3} = K = \text{constante}$$

Cette loi découverte empiriquement par Kepler est à présent démontrée dans la physique newtonienne et s'écrit alors :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M}$$

Où T est la période de révolution autour de l'astre sur son orbite,  $a$  la valeur du demi-grand axe de l'orbite et G la constante gravitation universelle :  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  et  $M$  la masse de l'astre attracteur (le Soleil dans le cas du système solaire étudié par Kepler)



Document 2 : Les satellites de Jupiter

Jupiter est la planète la plus massive du système solaire, elle est entourée de plusieurs lunes (des satellites naturels). Le tableau ci-dessous donne les caractéristiques des principales (demi-grand axe, excentricité et période).

| Lunes    | $a(\times 10^3 \text{km})$ | $e$    | $T$ (jours) |
|----------|----------------------------|--------|-------------|
| Amalthée | 181                        | 0,0031 | 0,498       |
| Thébée   | 221                        | 0,0177 | 0,674       |
| Io       | 421                        | 0,0041 | 1,769       |
| Europe   | 671                        | 0,0094 | 3,551       |
| Ganymède | 1070                       | 0,001  | 7,155       |
| Callisto | 1882                       | 0,0074 | 16,689      |

Document 3 : Régression linéaire

La régression linéaire est une méthode statistique permettant de trouver l'équation d'une fonction affine à partir d'un nuage de points issu de mesures. Le modèle est validé si le coefficient de corrélation est proche de 1.

Avec Python, l'instruction `stat.linregress()` permet de trouver le coefficient directeur, l'ordonnée à l'origine et le coefficient de corrélation.

## Travail à faire

Vous disposez d'un script Python qui permet de vérifier la 3<sup>e</sup> loi de Kepler pour les planètes du système solaire.



1. Adapter ce script aux satellites de Jupiter (avec Edupython ou sur [riennevadesoi.fr](http://riennevadesoi.fr))
2. À l'aide des informations obtenues, déterminer la masse de Jupiter. (À faire sur votre cahier, je vous le demande pas dans Classroom)