

Réseau électrique et effet Joule

Le transport électrique sous haute ou très haute tension permet de réduire les pertes par effet Joule. Cependant une partie de la puissance fournie par les centrales est tout de même dissipée par effet Joule. Ces pertes qui engendrent un coût doivent être minimisées.

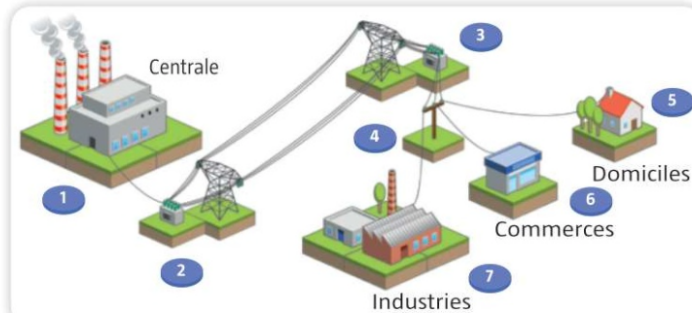
Comment minimiser les pertes par effet Joule dans un réseau électrique.

Doc 1 La modélisation du réseau électrique par un graphe orienté

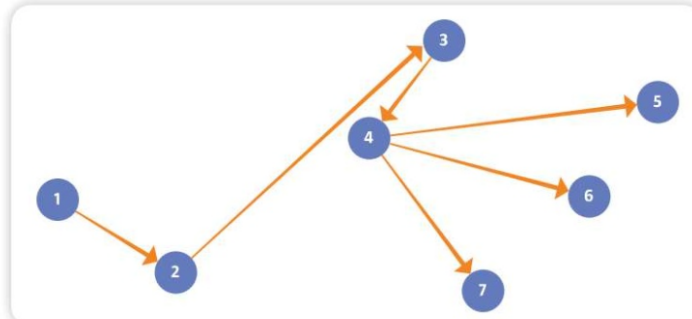
- Le réseau électrique schématisé est constitué du réseau de transport, du réseau de répartition et du réseau de distribution. Il peut être modélisé par un graphe orienté.

Focus maths

Un graphe orienté est un modèle mathématique, formé de sommets reliés par des arcs. Chaque arc, associé à un couple de sommets, possède un sens de parcours.

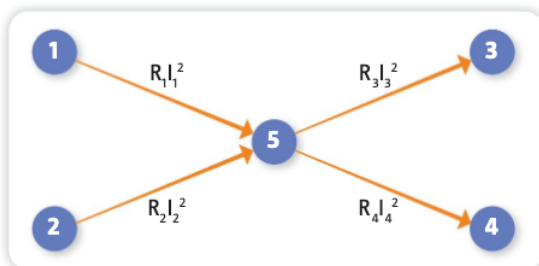


- Sur le graphe orienté ci-contre modélisant le réseau électrique :
 - les sommets représentent les sources distributrices, les transformateurs (nœuds intermédiaires) et les cibles destinataires ;
 - les arcs représentent les lignes électriques.



Doc 2 La modélisation d'un réseau de distribution électrique par un graphe orienté

- Un réseau de distribution électrique est modélisé par le graphe orienté ci-dessous. On choisit d'indiquer sur les arcs les puissances perdues par effet Joule sur les lignes correspondantes.



- Les cibles délivrent des puissances qui imposent les intensités des courants qui y arrivent, les valeurs des tensions à leurs bornes étant fixées.
- Les sources peuvent fournir au maximum les puissances $P_{\max}$.
- Les lignes possèdent une certaine résistance, il y a donc des pertes par effet Joule dans ces lignes.

Doc 3 Déterminer le minimum d'une fonction

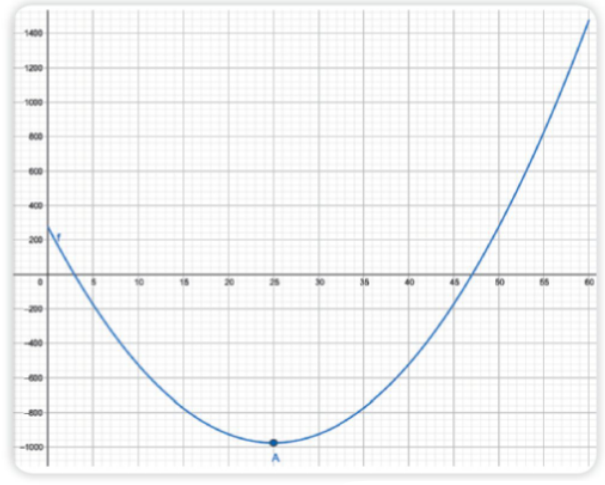
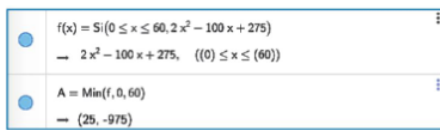
Il existe plusieurs méthodes permettant de déterminer le minimum d'une fonction. Considérons par exemple la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 60]$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 100x + 275$$

On souhaite déterminer la valeur $x_{\min}$ pour laquelle f atteint un minimum et la valeur $f(x_{\min})$.

Méthode 1 : utilisation du logiciel GeoGebra

- Dans la barre de saisie, saisir : $f(x)=\text{Fonction}(2x^2-100x+275,0,60)$
La courbe représentative de f est tracée automatiquement.
- Pour ajuster la fenêtre du tracé, déplacer le graphique avec la souris, zoomer et utiliser le clic droit de la souris pour accéder aux propriétés et ajuster la longueur des axes.
- Dans la barre de saisie, saisir : $\min(f(x),0,60)$.
Le point A correspond au minimum de f sur l'intervalle $[0 ; 60]$.



Méthode 2 : utilisation du tableau de variations de f sur $[0 ; 60]$ SPÉ MATHS

Méthode 3 : utilisation de la calculatrice

Solution : sur l'intervalle $[0 ; 60]$, la fonction f a pour minimum -975 , il est atteint pour $x = 25$.

Données

$$P_{1max} = 15000W, U_1 = 280V ; P_{2max} = 6000W ; U_2 = 270V \\ P_3 = 6KW, U_3 = 230V ; P_4 = 9 kW \text{ et } U_4 = 230V ; R_1 = 0,2\Omega \text{ et } R_2 = 0,4\Omega.$$

1. En s'aidant du doc 1, indiquer la (ou les) source(s) distributrice(s), le (ou les) nœuds) intermédiaire(s) et la (ou les) cible(s) destinatrice(s) du graphe orienté du doc 2.
2. En utilisant les indices appropriés et le doc 2, établir les relations entre :
 - la puissance imposée P par chaque cible destinatrice et l'intensité I du courant arrivant à cette cible ;
 - les intensités des courants entrant dans le nœud intermédiaire et celles des courants en sortant ;
 - la puissance maximale $P_{...}$, délivrée et l'intensité I du courant sortant de chaque source distributrice.
3. Calculer les valeurs des intensités I_{1max} , I_{2max} , I_3 et I_4 (à 0,1 près)
4. Expliquer pourquoi seules les pertes par effet Joule des lignes sortant des sources distributrices peuvent être minimisées (doc 2).
5. On souhaite vérifier que la fonction à minimiser s'écrit : $f(I_1) = 0,6I_1^2 - 52,2I_1 + 1700,4$
 - a. Écrire la somme des pertes par effet joule P , pouvant être minimisées.
 - b. À l'aide des questions 2 et 3, établir la relation $I_2 = 65,2 - I_1$. Retrouver l'expression de $f(I_1)$.
6. Déterminer la valeur de l'intensité I du courant pour laquelle $f(I)$ passe par un minimum sur l'intervalle $[0, I_{max}]$, à l'aide du logiciel GeoGebra ou d'une autre méthode et en déduire la valeur de la puissance minimale P_{min} perdue par effet Joule (doc 3).
7. Commenter les résultats obtenus si $P_{1max} = 10000W$ et $P_{2max} = 8000W$.