7 Cinématique du point

Révisions et échauffements pages 288 et 289

I. Référentiel d'étude

Le mouvement d'un objet ponctuel est caractérisé par sa trajectoire et sa vitesse par rapport à un solide de référence appelé **référentiel**.

Le référentiel est dit **galiléen** si le **principe d'inertie** (première loi de Newton) est vérifié dans ce référentiel.

Un référentiel au repos ou en mouvement de translation uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen.

- Le **référentiel héliocentrique** est considéré comme galiléen
- Le **référentiel géocentrique** est galiléen si l'étude ne dépasse pas quelques heures (pour négliger le mouvement de rotation de la Terre autour du Soleil).
- Le **référentiel terrestre** est galiléen si l'étude ne dépasse pas quelques minutes.

II.Décrire le mouvement

1. Vecteur position

Dans le référentiel pris pour l'étude d'un mouvement, on choisit un **repère d'espace** orthonormé et un **repère de temps**. Le temps est compté à partir d'une origine à laquelle t = t_0 = 0. La position du mobile est donnée par son vecteur position à un instant t.

$$\overrightarrow{OG(t)} = x(t)\,.\,\vec{i} + y(t)\,.\,\vec{j} + z(t)\,.\,\overrightarrow{k}$$

2. Vecteur vitesse

Une variation du vecteur position (en valeur et/ou direction) entraîne l'existence d'un vecteur vitesse.
Pour un point G(t_i) marquant la position d'un point mobile G à un instant t_i, le vecteur vitesse est défini par :

$$\overrightarrow{v}(t_i) = \frac{\overrightarrow{OG(t_{i+1})} - \overrightarrow{OG(t_{i-1})}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\Delta\,\overrightarrow{OG(t)}}{\Delta t}$$

Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ d'un point mobile à un instant t est caractérisé par :

- Sa **direction**, la tangente à la trajectoire au point considéré ;
- Son **sens**, celui du mouvement à l'instant t ;
- Sa **valeur v**, qui s'exprime en mètre par seconde (m.s^{-1}).

Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps.

$$\overrightarrow{v}(t) = \frac{d\,\overrightarrow{OG(t)}}{dt}$$

$$\overrightarrow{v}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{k} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\overrightarrow{k}\ ;$$

La valeur de la vitesse à un instant t est : $v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

3. Vecteur accélération

Une variation du vecteur vitesse (en valeur et/ou direction) implique l'existence d'un vecteur accélération :

$$\vec{a}(t_i) = \frac{\overrightarrow{v(t_{i+1})} - \overrightarrow{v(t_{i-1})}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\Delta \vec{v}(t_i)}{\Delta t}$$

Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ d'un point mobile à un instant t est caractérisé par :

- Sa **direction** et son **sens**, qui sont identiques à ceux du vecteur variation de vitesse $\Delta \vec{v}(t)$;
- Sa valeur, $a(t) = \dfrac{\Delta v(t)}{\Delta t}$, s'exprime en mètre par seconde au carré ($m\ .\ s^{-2}$).

Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps.

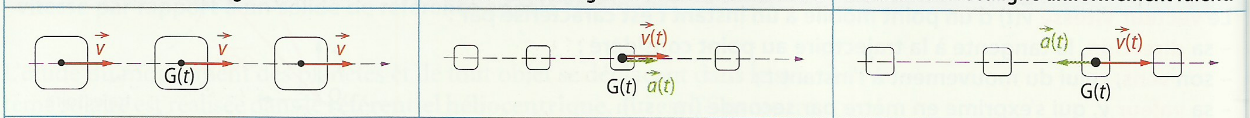
$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}_G(t)}{dt}, \text{ soit : } \quad \vec{a}(t)\begin{cases} a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \\ a_y(t) = \dfrac{dv_y(t)}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt^2} \\ a_z(t) = \dfrac{dv_z(t)}{dt} == \dfrac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

ainsi $a(t) = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

Activité 2 page 291 ; (exercice 20 page 302) ; exercices 36 et 37 page 306

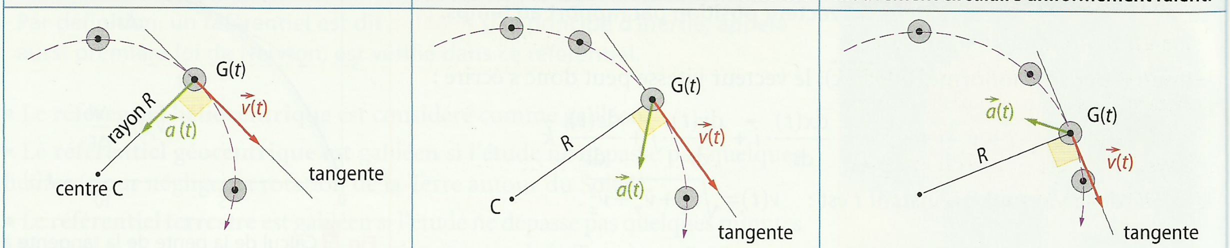
4. Mouvements rectilignes et circulaires

Un mouvement est **rectiligne** si la trajectoire est une droite.



Mouvement rectiligne uniforme	Mouvement rectiligne uniformément accéléré	Mouvement rectiligne uniformément ralenti
Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant au cours du temps : $\vec{v}(t) = \vec{v} = \overrightarrow{\text{constante}}$. $\vec{a} = \vec{0}$ donc $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$.	Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{\text{constante}}$.	
	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de même sens. La valeur de v augmente. $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$.	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de sens opposés. La valeur de v diminue. $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$.

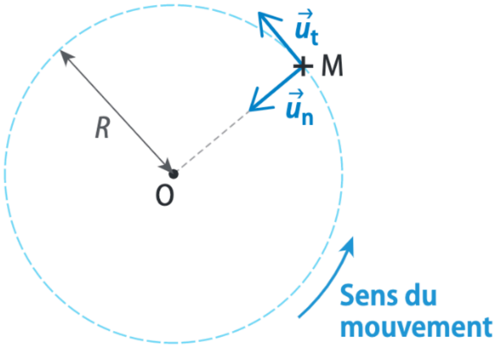
Un mouvement est **circulaire** si la trajectoire est un cercle (ou un arc de cercle).



Mouvement circulaire uniforme	Mouvement circulaire uniformément accéléré	Mouvement circulaire uniformément ralenti
Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ varie mais sa valeur v reste constante. Le vecteur accélération $\vec{a}$ est dirigé vers le centre de la trajectoire. $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$.	Le vecteur accélération est constant au cours du temps : $\vec{a}(t) = \vec{a} = \overrightarrow{\text{constante}}$. Il est toujours dirigé vers l'**intérieur** de la trajectoire.	
	La valeur de la vitesse v augmente. $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$.	La valeur de la vitesse v diminue. $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$.

Le repère de Frenet

Il est plus simple d'étudier les mouvements circulaires dans le repère de Frenet.
Le repère de Frenet est le repère d'origine $M(t)$ et de vecteurs unitaires :



$\overrightarrow{u}_t(t)$: tangent à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement ;

$\overrightarrow{u}_n(t)$, selon la direction du rayon (radial) et orienté vers le centre (centripète).

Dans le repère de Frenet $(M(t); \overrightarrow{u}_t(t); \overrightarrow{u}_n(t))$ avec $v(t)$ la norme du vecteur vitesse $\overrightarrow{v}(t)$ du point M au cours du temps, les coordonnées des vecteurs vitesses $\overrightarrow{v}(t)$ et accélération $\overrightarrow{a}(t)$ du point M sont :

$$\overrightarrow{v}(t) = v(t)\overrightarrow{u}_t,$$

$$\text{soit } \overrightarrow{v}(t) \begin{cases} v_t(t) = v(t) \\ v_n(t) = 0 \end{cases}$$

$$\text{et } \overrightarrow{a}(t) = \frac{dv}{dt}\overrightarrow{u}(t) + \frac{v^2}{R}\overrightarrow{u}_n(t),$$

$$\text{soit } \overrightarrow{a}(t) \begin{cases} a_t(t) = \dfrac{dv}{dt} \\ a_n(t) = \dfrac{v^2}{R} \end{cases}$$

Remarque, il faut connaitre et exploiter ces relations les yeux fermés, mais les démonstrations, faites en classe pour les retrouver, ne sont pas exigibles.

Exercices 28 page 304 ; 35 et 38 page 306